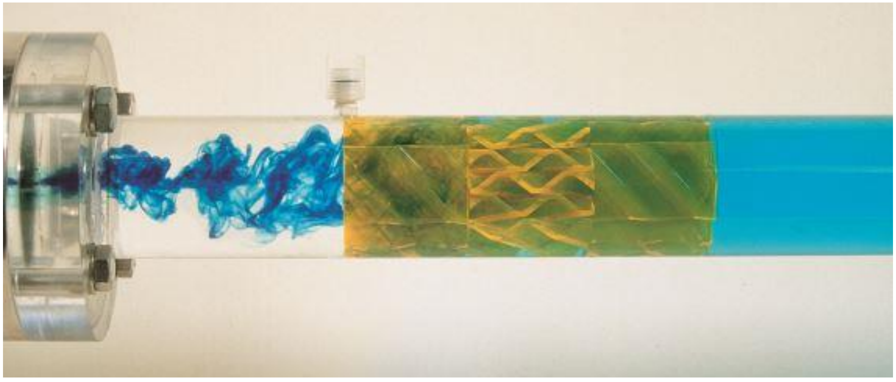
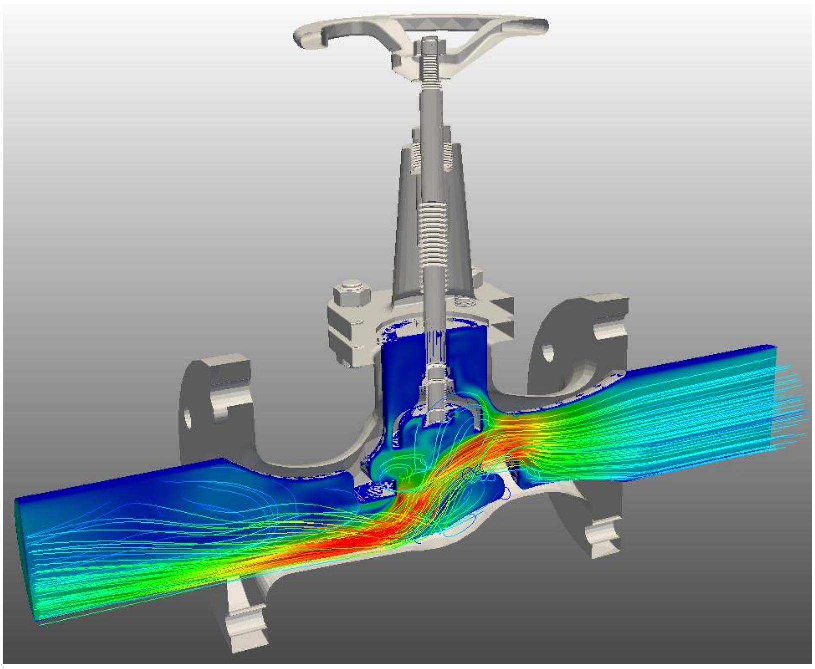
Mécanique des Fluides





Contenu

Certaines illustrations sont issues du livre Distribution des fluides, édition Chaud Froid Plomberie.

La mécanique des fluides est l'étude du comportement des fluides (liquide ou gaz). La matière est étudiée soit au repos (statique des fluides ou hydrostatique) soit en mouvement. Dans ce cas-là on distinguera le cas où le fluide est parfait, c'est-à-dire sans pertes de charge, ou alors avec pertes de charge.

1. RAPPELS PRÉALABLES

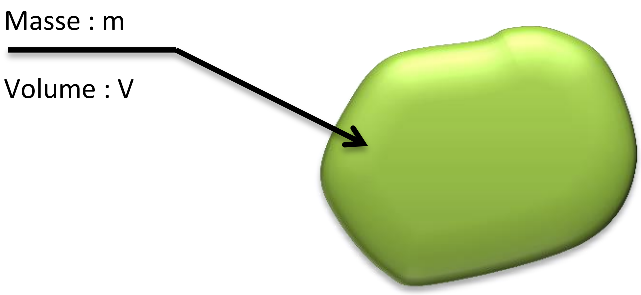
1.1. Définition d'un fluide :

Un fluide est un liquide ou un gaz : c'est un corps homogène et continu dont les diverses particules peuvent se déplacer, se déformer sous l'action d'une force très faible (en opposition à un solide).

1.2. Masse volumique

La masse volumique d'un corps est le rapport de la masse d'un corps par le volume du même corps.

$$\rho = \frac{m}{V}$$



Avec :

- ρ : masse volumique [$kg.m^{-3}$]
- m : masse [kg]
- V : volume [m^3]

1.3. Densité

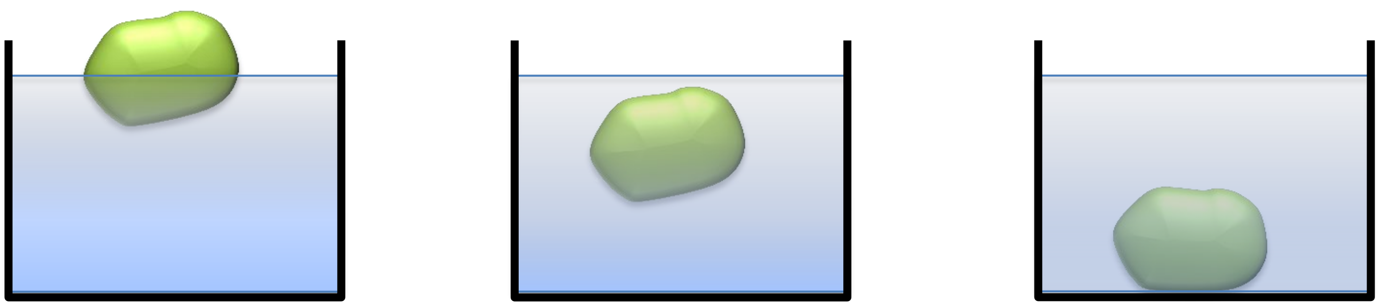
La densité d'un corps est le rapport de la masse volumique de ce corps par la masse volumique du corps de référence.

$$d = \frac{\rho_{corps}}{\rho_{ref}}$$

- Pour les solides et les liquides la masse volumique de référence est l'eau (valeur par défaut = 1000[$kg.m^{-3}$]).
- Pour les gaz la masse volumique de référence est l'air (valeur par défaut = 1,2 [$kg.m^{-3}$]).

Remarque :
Les caractéristiques du corps de référence doivent être prises dans les mêmes conditions de pression et de température.

Application :



d<1	d=1	d>1
le corps est moins lourd que le corps de référence : il flotte.	le corps est en équilibre indifférent	le corps est plus lourd que le corps de référence : il coule.

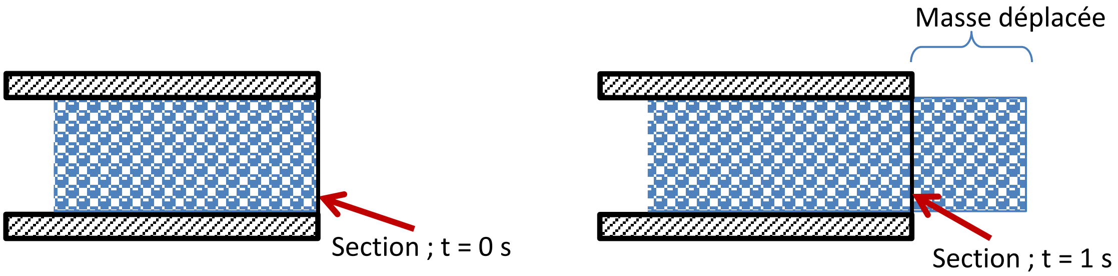
1.4.Débit massique et fluidique

Le débit massique est la masse de fluide qui s'écoule durant l'unité de temps au travers d'une section donnée. Le débit massique est constant dans le temps.

$$q_m = \frac{m}{t}$$

Avec :

- q_m : débit massique [$kg.s^{-1}$]
- m : masse [kg]
- t : temps [s]



Le débit volumique est le volume de fluide qui s'écoule durant l'unité de temps au travers d'une section donnée.

$$q_V = \frac{V}{t}$$

Avec :

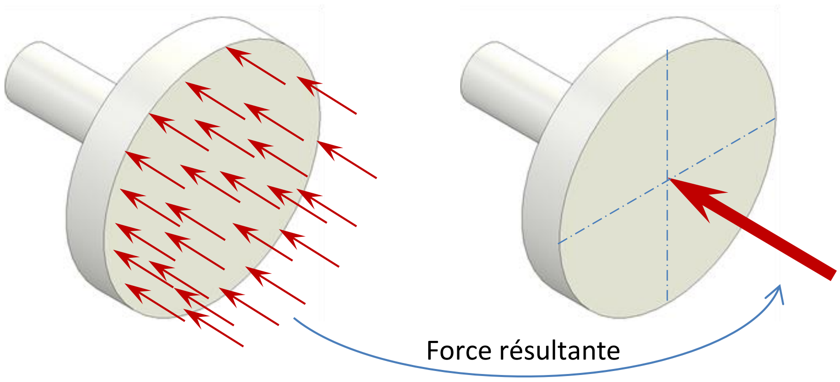
- q_m : débit massique [$m^3.s^{-1}$]
- V : volume [m^3]
- t : temps [s]

Relation entre débit massique et débit volumique

Pour une température et une pression donnée : $q_m = \rho . q_V$

1.5.Notion de pression

Dans le cas d'une répartition uniforme d'une pression sur une surface, ente deux solides ou entre un solide et un fluide, on modélisera l'ensemble des micro-actions mécaniques par une force résultante globale.

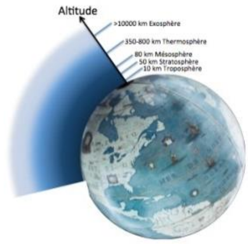


$$p = \frac{F}{S}$$

Avec :

- P : pression [Pa]
- F : force [N]
- S : surface [m²]

La pression dans un fluide est liée à la compression des molécules les unes contre les autres. Cette compression a pour effet d'augmenter le mouvement relatif des molécules entre elles. Plus la pression exercée dans un fluide est grande, plus l'agitation des molécules est importante.



Remarque :

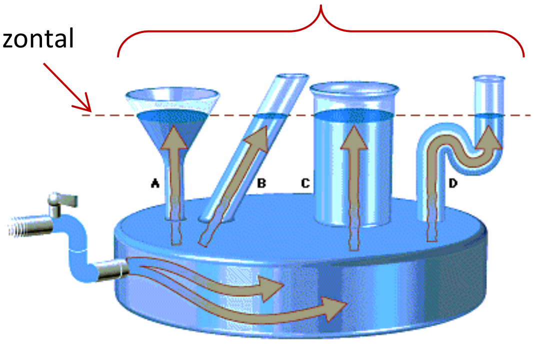
- La pression atmosphérique est le résultat du poids d'une colonne d'air (empilage successif des molécules) sur la surface de la terre ; P_{atm} = 101325 [Pa] (valeur par défaut).
- La pression au fond d'un récipient est due au poids de la colonne de fluide. Lorsque le fluide est de l'eau, la pression peut alors être exprimée en mètres de colonne d'eau.

Correspondance entre les unités :

$$1\ [bar] = 1.10^5\ [Pa] = 10,2 \approx 10\ [mce]$$

Surfaces isobares :

Une surface isobare est une surface ou la pression est égale en tout point. Si l'on verse un fluide dans des réservoirs communiquant, les surfaces libres sont sur un même plan horizontal. La surface de séparation de deux fluides non miscibles est un plan horizontal.

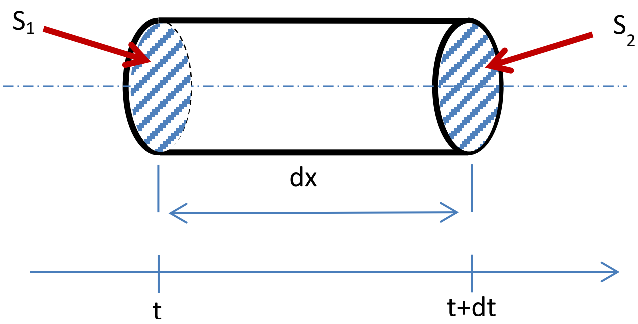


2. ÉQUATION DE CONTINUITÉ

L'équation de continuité traduit le principe de conservation de la masse au sein d'un écoulement à savoir que la quantité de masse entrante à l'entrée d'une section est égale à la même quantité de masse sortante d'une autre section.

2.1. Écoulement dans une section constante

Soient deux sections droites S_1 et S_2 distantes d'un petit élément de longueur dx telle que S_1=S_2=S. Le fluide entre en S_1 à l'instant t et après une durée dt se retrouve en S_2.



Le volume engendré est : $V = S.dx$

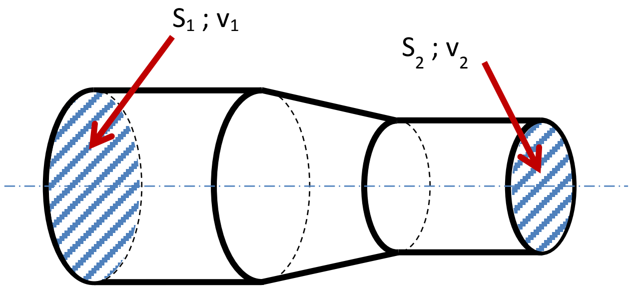
En divisant chaque terme par le temps dt :

$$\frac{V}{dt} = S.\frac{dx}{dt}$$

On fait apparaître un volume divisé par un temps et un déplacement divisé par un temps soit

$$q_v = S.v$$

2.2.Écoulement dans une conduite avec des sections différentes



L'équation de continuité implique : $q_{m1} = q_{m2}$

Soit : $\rho_1 . q_{v1} = \rho_2 . q_{v2}$

D'où : $\rho_1 . S_1 . v_1 = \rho_2 . S_2 . v_2$

Si entre les deux sections :

- Le fluide est supposé incompressible,
- Il n'y a pas de changement d'état
- La température du fluide est constante ($\rho_1 = \rho_2 = \rho$)

Alors :

$$\left.\begin{array}{r} q_{v1} = q_{v2} \\ S_1 . v_1 = S_2 . v_2 \end{array}\right\} \frac{v_1}{v_2} = \frac{S_1}{S_2}$$

3. CONSERVATION DE L'ÉNERGIE

La conservation de l'énergie est un principe physique selon lequel dans un référentiel galiléen, l'énergie totale d'un système isolé est invariante au cours du temps. Cela veut dire que la somme totale des énergies en un point est égale à la même somme en un autre point.

3.1.Unités

L'énergie rencontrée sera une énergie volumique qui est homogène à une pression :

- La pression est équivalente à une force par unité de surface : $p = \frac{F}{S}$
- L'énergie mécanique est égale à une force multipliée par une longueur : $E_{méca} = F.L$ on en tire $F = \frac{E_{méca}}{L}$
- En remplaçant la force dans l'expression de la pression : $p = \frac{E_{méca}}{S.L} = \frac{E_{méca}}{V}$
- En passant à l'équation aux dimensions : $[Pa] = \left[\frac{J}{m^3}\right]$

3.2. Énergie présente dans un fluide

Dans un fluide l'énergie mécanique se rencontre sous trois formes :

<u>Énergie de pression</u>	<u>Énergie cinétique</u>	<u>Énergie potentielle</u>
$E_p = p$	$E_{ciné} = \frac{1}{2} . \rho . v^2$	$E_{pot} = \rho . g . z$

La somme de ces trois formes d'énergie mécanique est appelée la charge de fluide X :

$$X = p + \frac{1}{2} . \rho . v^2 + \rho . g . z$$

Il est possible d'utiliser une autre écriture qui sera cette fois ci homogène à une hauteur en divisant tous les termes par le produit *(ρ.g)* :

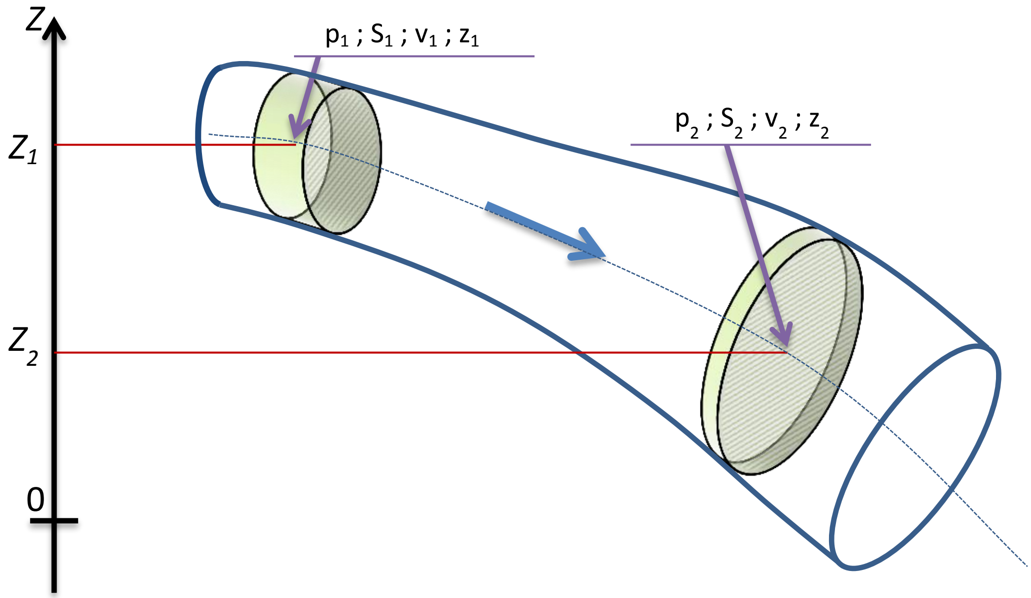
$$\frac{X}{\rho.g} = \frac{p}{\rho.g} + \frac{\frac{1}{2}.\rho.v^2}{\rho.g} + \frac{\rho.g.z}{\rho.g} \Rightarrow H = \frac{p}{\rho.g} + \frac{v^2}{2g} + z$$

Les pressions peuvent être exprimées en mètres de colonne de fluide : c'est la hauteur de charge H. L'unité est le mètre de colonne de fluide [mcf].

3.3.Application de la conservation de l'énergie à un fluide : théorème de BERNOULLI

On considère :

- Écoulement permanent (indépendant du temps),
- Un fluide parfait (sans frottement),
- Un fluide incompressible (la masse volumique ne dépend que de la température),
- Aucune machine hydraulique, (pas de pompe, ni de turbine),
- Un mouvement du fluide de la section (1) vers la section (2).



Théorème de BERNOULLI :

Dans un fluide parfait incompressible, les pertes d'énergies mécaniques étant nulles, la somme des énergies en un point est égale à la somme des énergies en un autre point : il y a conservation de la charge.

$$p_1 + \frac{1}{2}.\rho.{v_1}^2 + \rho.g.z_1 = p_2 + \frac{1}{2}.\rho.{v_2}^2 + \rho.g.z_2 = constante$$

Cas particulier :

Lorsqu'il n'y a pas de vitesse nous sommes dans le domaine de la statique des fluides ou hydrostatique.

$$p_1 + \rho.g.z_1 = p_2 + \rho.g.z_2 = constante$$

4. FLUIDES RÉELS ET PERTES DE CHARGE

Quelques constatations : de l'huile est de l'eau ne coulent pas de la même manière, la chute d'un corps (comme un parachutiste) se fait à vitesse constante contrairement à la loi de la chute libre, des écoulements différents en fonction des formes du parcours, etc…

4.1. Propriétés des fluides

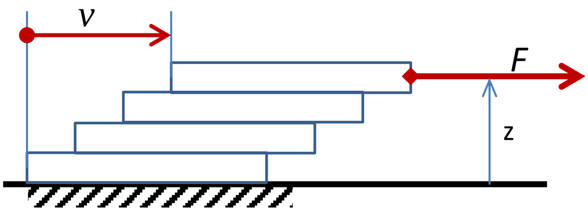
4.1.1. Compressibilité

- Les liquides sont très peu compressibles,
- Les gaz sont très compréhensibles.

4.1.2. Profil des vitesses

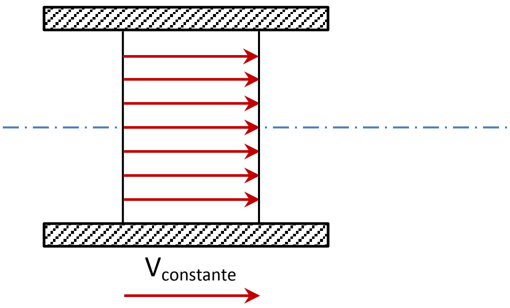
En considérant une hauteur de fluide que l'on fractionne en couches élémentaires, on constate expérimentalement que le fluide réel se comporte comme si les couches élémentaires glissaient les unes sur les autres sous l'action d'une force.

Fluide au repos

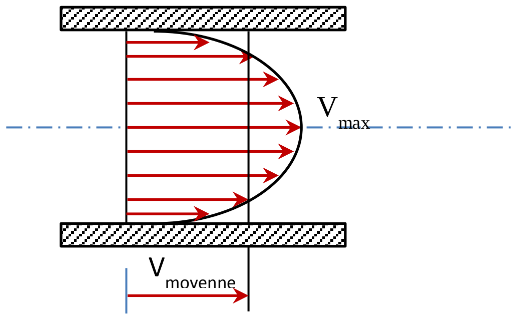


Fluide en mouvement

Ce qui se traduit dans une section droite comme ceci :



Fluide parfait



Fluide réel

4.1.3. Viscosité dynamique

La viscosité dynamique est la propriété d'un liquide qui consiste à opposer une résistance au déplacement réciproque de deux couches voisines.

Notation	Unité	Symbole
μ (mu)	Pascal seconde Poiseuille	[Pa.s] [Pl]

Remarque :

- La viscosité varie peu avec la pression,
- La viscosité dépend de la température du fluide,
- La viscosité des liquides diminue lorsque la température augmente,
- La viscosité des gaz augmente lorsque la température augmente.

	viscosité dynamique [Pa.s]	
température [°C]	**eau**	**air**
0	**$1,792.10^{-3}$**	**$13,2.10^{-6}$**
10	**$1,308.10^{-3}$**	**$14,2.10^{-6}$**
20	**$1,003.10^{-3}$**	**$15,0.10^{-6}$**
30	**$0,798.10^{-3}$**	**$16,0.10^{-6}$**
40	**$0,653.10^{-3}$**	**$17,0.10^{-6}$**
50	**$0,547.10^{-3}$**	**$18,0.10^{-6}$**
60	**$0,467.10^{-3}$**	**$19,0.10^{-6}$**
70	**$0,404.10^{-3}$**	**$20,0.10^{-6}$**
80	**$0,355.10^{-3}$**	**$21,0.10^{-6}$**
90	**$0,315.10^{-3}$**	**$22,0.10^{-6}$**
100	**$0,282.10^{-3}$**	**$23,0.10^{-6}$**

4.1.4. Viscosité cinématique

La viscosité cinématique (nu) est le rapport de la viscosité dynamique par la masse volumique.

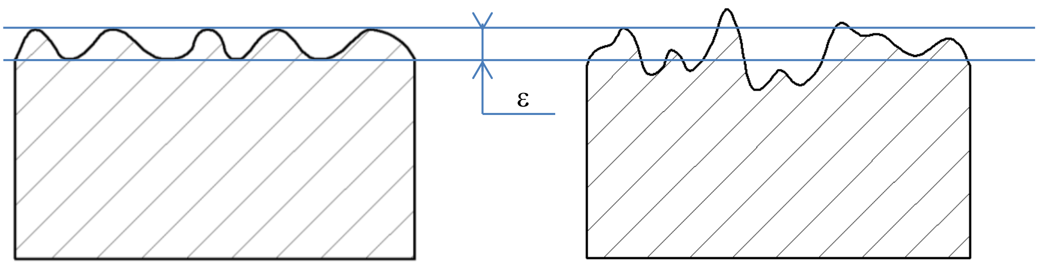
$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \text{ ; unité : } [m^2.s^{-1}]$$

4.2. Rugosité des canalisations

Les canalisations réelles ne sont pas parfaitement lisses, leur surface comporte des aspérités qui dépendent de la nature du matériau (acier, cuivre, fonte, béton,…) et de leur âge (corrosion ou dépôts).

4.2.1. Rugosité absolue

C'est la hauteur moyenne des aspérités de la paroi interne de la canalisation. Elle est notée ε est l'unité est le mètre.



Rugosité homogène Rugosité hétérogène

<u>On peut classer les canalisations en quatre catégories</u> :

lisse		ε	< 0,002 mm
moyennement lisse	0,002 ≤	ε	< 0,015 mm
moyennement rugueuse	0,015 ≤	ε	< 0,1 mm
rugueuse		ε	≥ 0,1 mm

Quelques valeurs courantes :

matériau neuf	rugosité absolue [mm]
cuivre, plastique, aluminium	0,002
acier soudé	0,045
acier galvanisé	0,150
fonte	0,200
béton lisse	0,300
béton ordinaire	1,000
béton grossier	5,000

4.2.2. Rugosité relative

C'est un nombre sans dimension qui trouve son utilité dans la détermination de la perte d'énergie mécanique. C'est le rapport entre la rugosité absolue et le diamètre intérieur de la conduite.

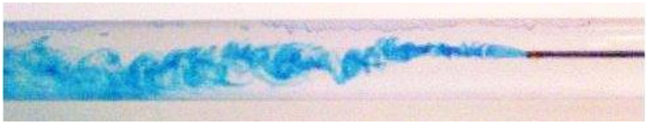
$$rugosité\ relative = \frac{\varepsilon}{D_{int}}$$

4.3. Régime d'écoulement et nombre de Reynolds

Les expériences réalisées par Reynolds (1883) lors de l'écoulement d'un fluide dans une conduite cylindrique rectiligne, ont montré l'existence de deux régimes d'écoulement : laminaire et turbulent.

Écoulement laminaire

Écoulement turbulent



En utilisant des fluides divers (viscosité différente), en faisant varier le débit et le diamètre de la canalisation, Reynolds a montré que le paramètre qui permettait de déterminer si l'écoulement est laminaire ou turbulent est un nombre sans dimension appelé nombre de Reynolds Re donné par la relation :

$$Re = \frac{\rho . v . D_{int}}{\mu} = \frac{v . D_{int}}{\nu}$$

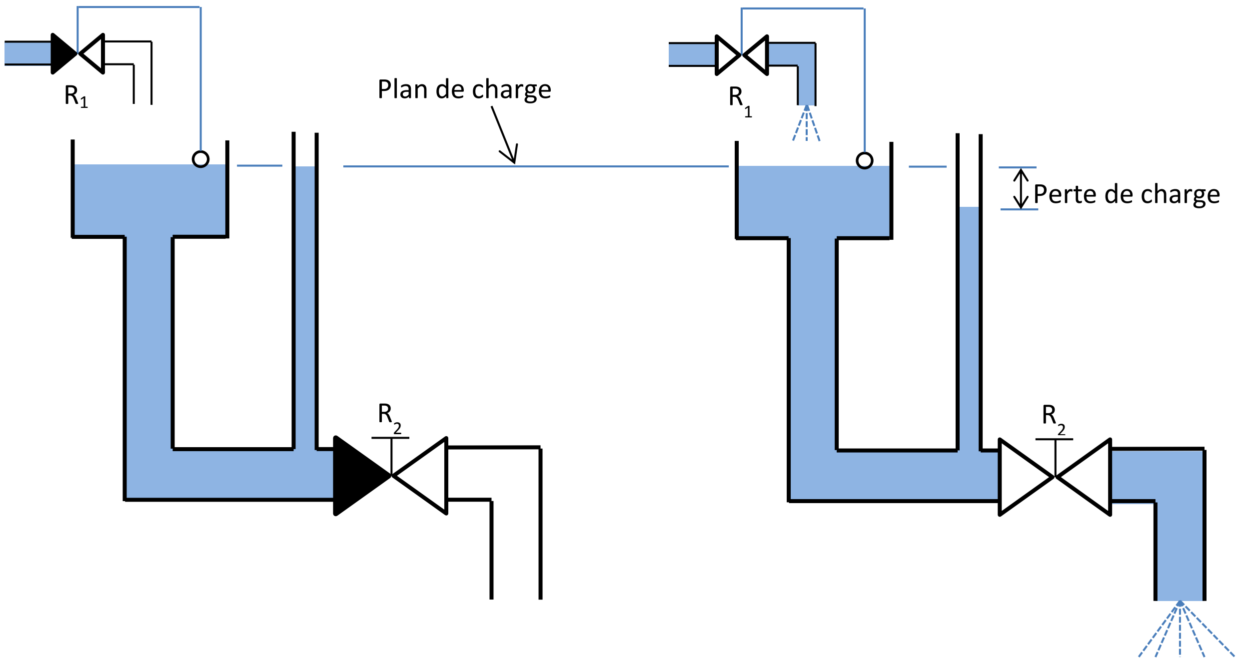
Classification des régimes :

laminaire	Re
transitoire	$2000 \leq Re < 3000$
turbulent	$Re \geq 3000$

Ces valeurs doivent être considérées comme des ordres de grandeur, le passage d'un type d'écoulement à un autre se faisant progressivement.

4.4. Pertes de charge

Expérience



robinets fermés	niveaux d'eau identiques entre le réservoir et le tube.	
	la ligne d'eau dans la partie supérieure du réservoir détermine le plan de charge.	
robinets ouverts	le niveau d'eau dans le tube est maintenant inférieur au plan de charge.	
	la différence de niveau entre le réservoir et le tube matérialise la perte de charge.	

- Une chute de pression est le résultat d'une somme de résistances opposées au passage du fluide.
- Un fluide réel, en mouvement, subit des pertes d'énergie dues aux frottements :
    - Sur les parois de la canalisation : pertes de charge linéaires.
    - Sur les accidents de parcours : pertes de charge singulières.

Conclusion :

Les pertes de charge sont fonction des principales grandeurs caractéristiques suivantes :

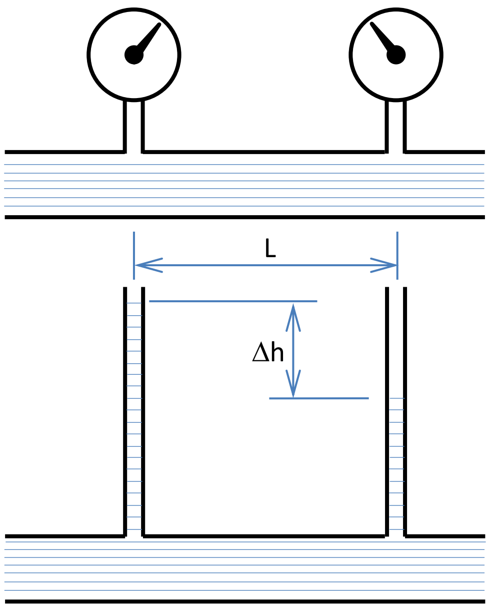
Fluide		Mouvement		Canalisation		
masse volumique	viscosité dynamique	vitesse	débit	dimensions	rugosité	accidents de parcours
ρ	**μ**	**v**	**q_v**	**D, L**	**ε**	

Type de perte de charge :

Les pertes de charges linéaires (réparties)

Elles se produisent tout au long des canalisations rectilignes pendant l'écoulement régulier du fluide

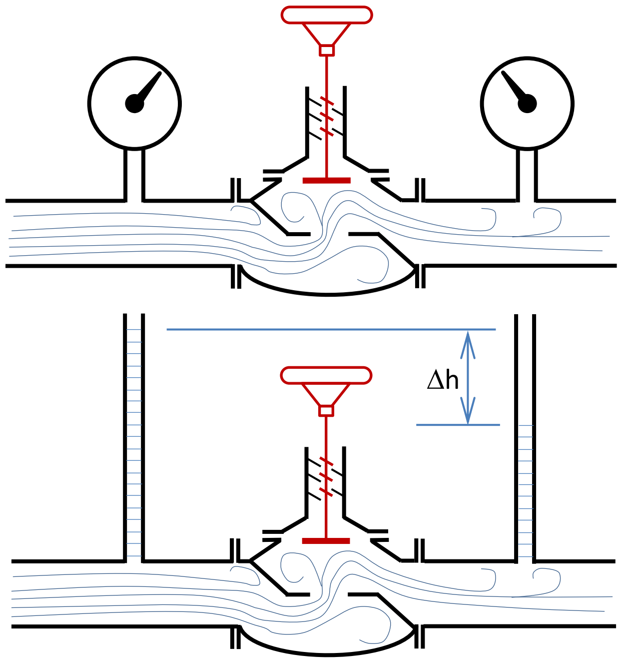
Elles sont dues aux frottements du fluide sur la paroi interne de la tuyauterie.



Les pertes de charges singulières (localisées)

Elles sont dues aux divers accidents et obstacles rencontrés dans les conduites

Ce sont les coudes, dérivations, changements de section, organes divers….



4.2.3. Perte de charge linéaire

Entre deux points (1) et (2) d'un fluide en mouvement, de vitesse v, de masse volumique ρ, séparés par une longueur L, dans un tuyau de diamètre intérieur D_{int} apparaît une perte de charge linéaire ΔP_L.

$$\Delta P_{L_{12}} = \lambda.\frac{\rho.v^2}{2}.\frac{L}{D_{int}}$$

Avec :

- λ : coefficient de perte de charge linéaire, sans unité.
- ρ : masse volumique [$kg.m^{-3}$]
- v : vitesse [$m.s^{-1}$]
- L : longueur de la canalisation [m]
- D_{int} : diamètre intérieur de la canalisation [m]

4.2.4. Perte de charge linéique

Les pertes de charge linéiques définissent la perte de charge linéaire par mètre de conduite.

$$\Delta P_{L_{12}} = j.L$$

Avec :

- j : perte de charge linéique [$Pa.m^{-1}$].
- L : longueur de la canalisation [m]

4.2.5. Détermination du coefficient de perte de charge linéaire λ

Le coefficient de pertes de charge linéaire est un coefficient qui dépend du type d'écoulement du fluide et de la rugosité relative de la canalisation.

La recherche de ce coefficient peut se réaliser soit en utilisant :

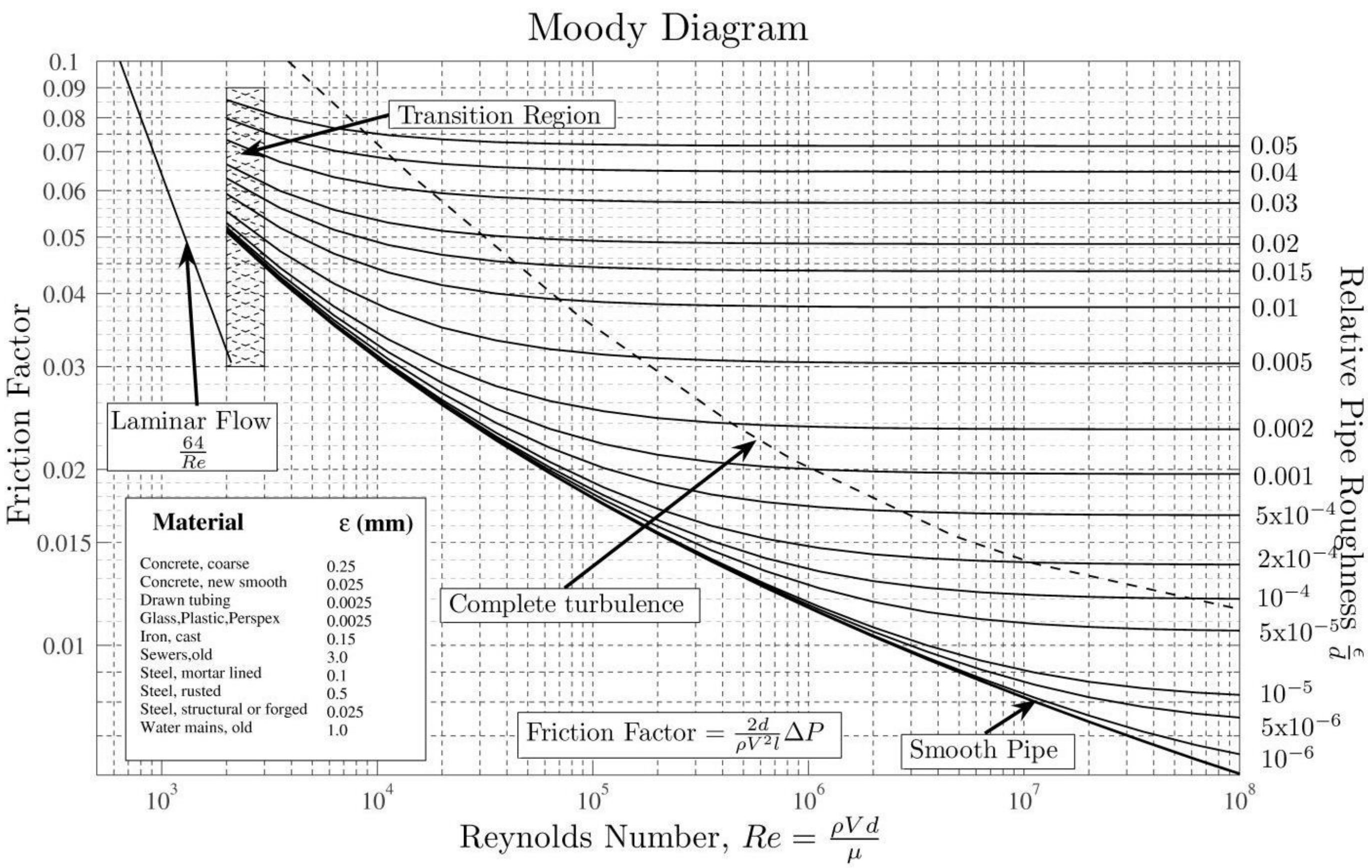
- Des relations empiriques,
- En exploitant un diagramme appelé diagramme de Moody.

<u>Relations empiriques</u>

<u>Écoulement laminaire</u>	<u>Écoulement turbulent</u>
$\lambda = \dfrac{64}{Re}$	$\dfrac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2.\log\left(\dfrac{\varepsilon}{3{,}7.D_{int}} + \dfrac{2{,}51}{Re.\sqrt{\lambda}}\right)$

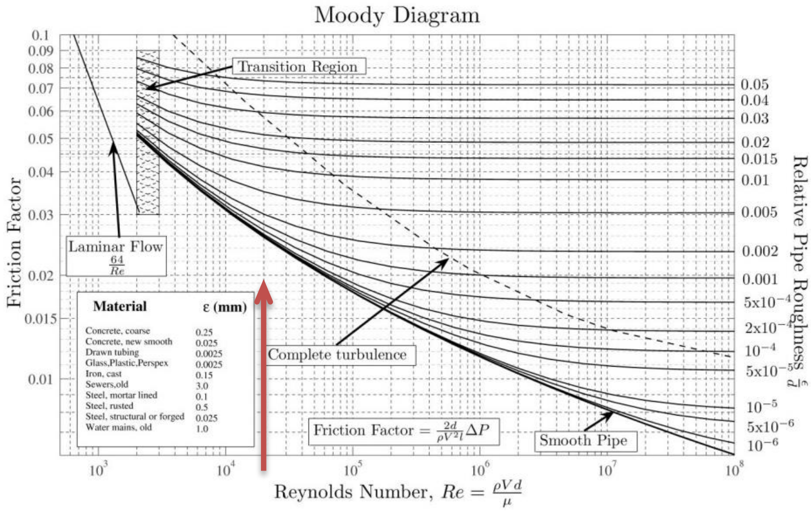
<u>Diagramme de Moody</u>

Il sera utilisé pour les régimes turbulents



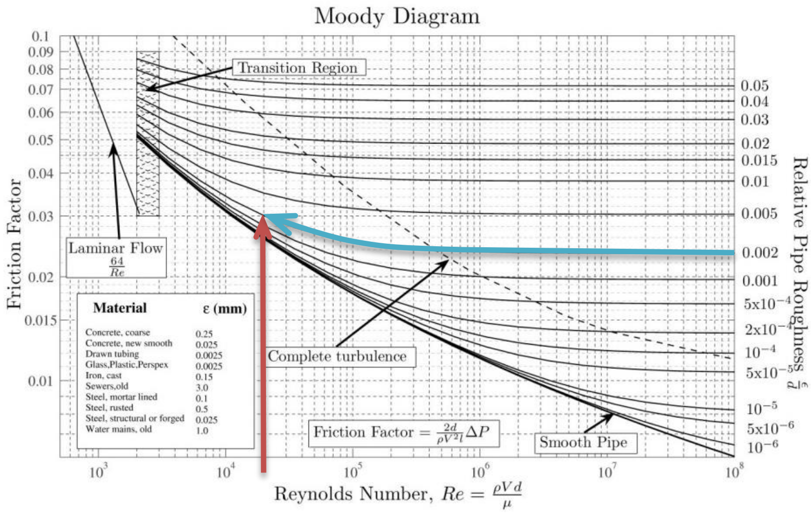
C'est un tableau à double entrée.

- 1ère étape on détermine le nombre de Reynolds.
- 2ème étape on détermine la rugosité relative.
- 3ème étape on vient lire la valeur de λ.



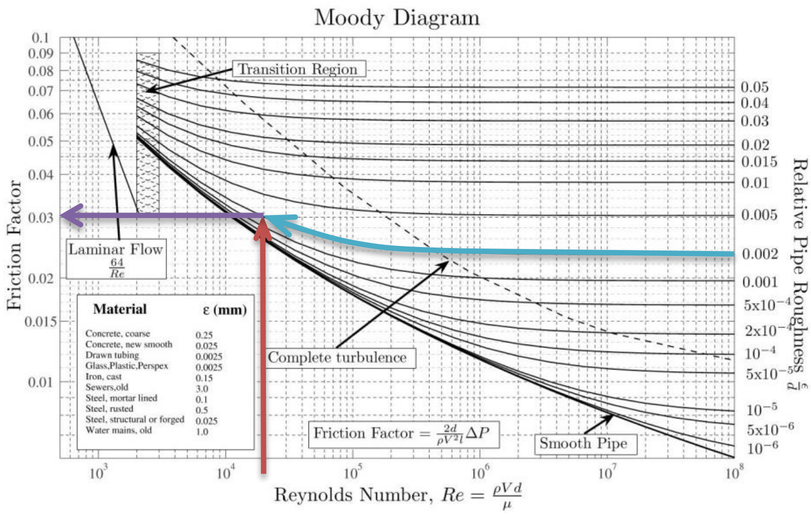
<u>1ère étape</u>

Prenons Re = 20000



<u>2ème étape</u>

Une rugosité relative de 0,002



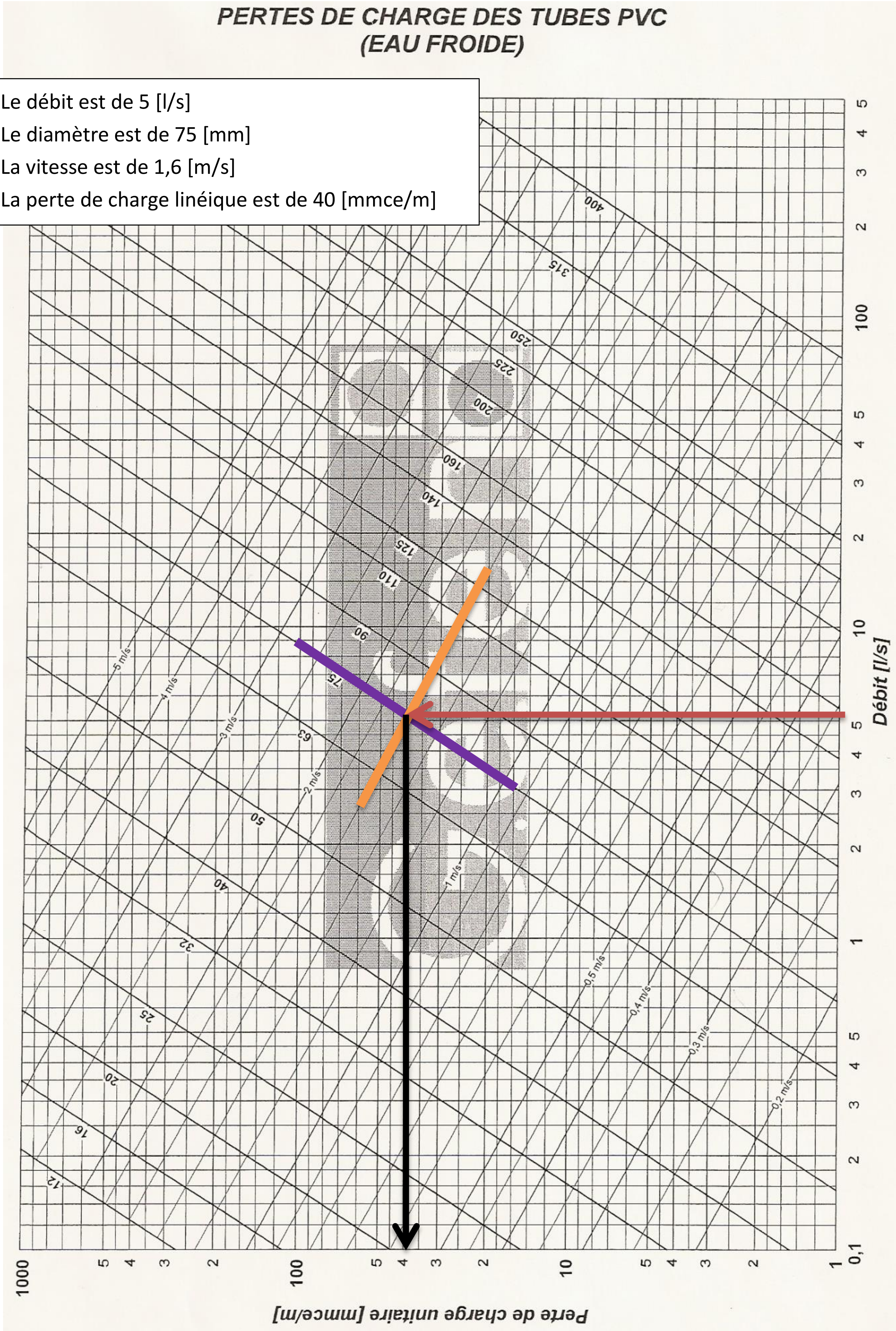
<u>3ème étape</u>

On vient lire la valeur de λ = 0,03

4.2.6. Détermination des pertes de charge linéique

Le coefficient de perte de charge linéique est donné dans des abaques valables pour un fluide donné, un type de matériau donné et une température donnée.

À l'intersection de deux paramètres sur trois (débit, diamètre ou la vitesse du fluide) on vient lire la perte de charge linéique.



- Le débit est de 5 [l/s]
- Le diamètre est de 75 [mm]
- La vitesse est de 1,6 [m/s]
- La perte de charge linéique est de 40 [mmce/m]

4.2.7. Perte de charge singulière

Entre deux points (1) et (2) d'un fluide en mouvement, de vitesse v, de masse volumique ρ, séparés par une singularité apparaît une perte de charge singulière ΔP_S.

$$\Delta P_{S_{12}} = \zeta.\frac{\rho.v^2}{2}$$

Avec :

- ζ : coefficient de perte de charge singulière, sans unité.
- ρ : masse volumique [$kg.m^{-3}$]
- v : vitesse [$m.s^{-1}$]

4.2.8. Détermination du coefficient de perte de charge singulière

Le coefficient de pertes de charge singulière est un coefficient qui dépend de la singularité. La détermination de ce coefficient est principalement du domaine de l'expérience.

Il existe deux méthodes de prise en compte des pertes de charge singulières :

- Méthode du coefficient de perte de charge localisée,
- Méthode de la longueur équivalente.

<u>Méthode du coefficient de perte de charge localisée</u>

Le coefficient ζ est déterminé expérimentalement pour les singularités du réseau.

On utilise alors la relation suivante : $\Delta P_{S_{12}} = \zeta.\frac{\rho.v^2}{2}$

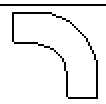
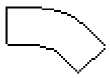
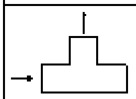
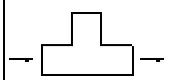
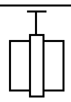
DIAMÈTRES (en mm) →	CUIVRE	8	10	12	14	16	20 25	30 32	36	40	50	⩾ 60
	ACIER		8	12		15	21	26	33	40	50	⩾ 60
COUDE ARRONDI (2)	90°	1,5	1,5	1,5	1	1	1	1	0,5	0,5	0,5	0,3
	45°	1	1	1	0,7	0,7	0,7	0,7	0,3	0,3	0,3	0,2
COUDE D'ÉQUERRE (1)	90°	2	2	1,5	1,5	1	1	1	0,8	0,8	0,8	0,5
	45°	1,3	1,3	1	1	0,7	0,7	0,7	0,5	0,5	0,5	0,3
VANNE PAPILLON	ouverte	1	1	1	0,5	0,5	0,5	0,5	0,2	0,2	0,2	0,2
ROBINET VANNE	ouvert	1,5	1	1	1	0,5	0,5	0,5	0,3	0,3	0,3	0,2
ROBINET À SOUPAPE (ouvert)	→	16	16	15	14	14	12	10	8	6	COUDE À GRAND RAYON (3)	0,5
	↵	10	10	9	8	8	7	6	5	4		

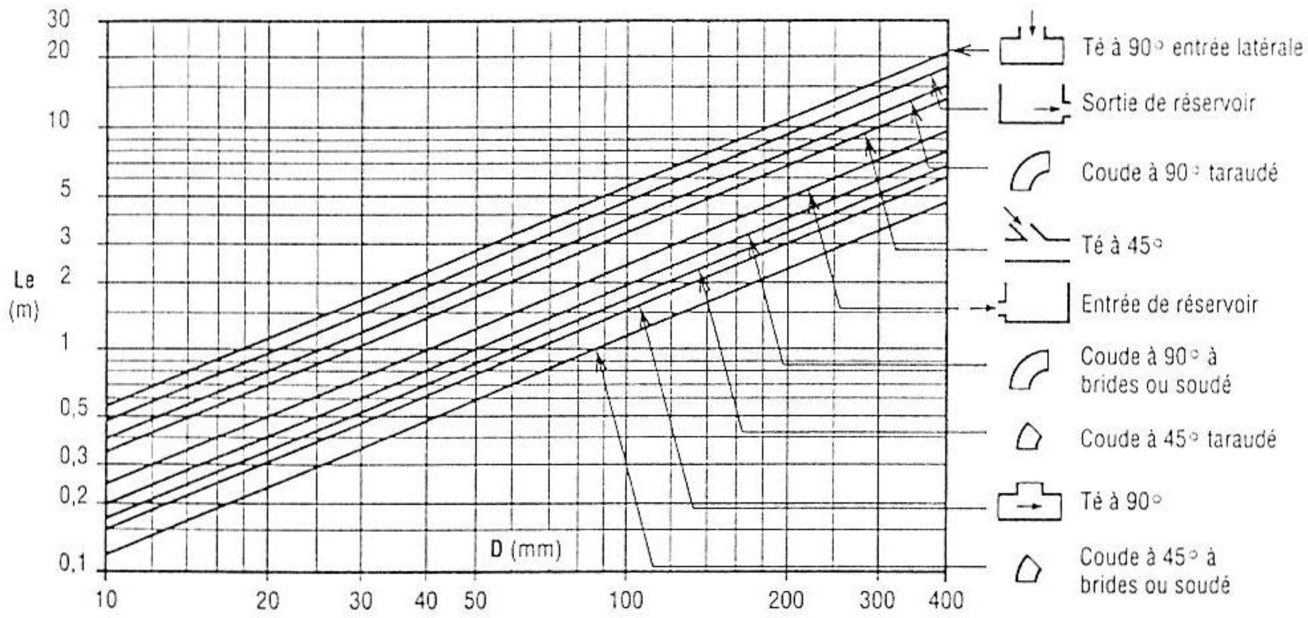
Méthode de la longueur équivalente

On remplace chaque accident par une longueur équivalente de canalisation droite qui entraînerait la même perte de charge.

On utilise alors la relation suivante : $\Delta P_{L_{12}} = \lambda.\frac{\rho.v^2}{2}.\frac{L}{D_{int}}$

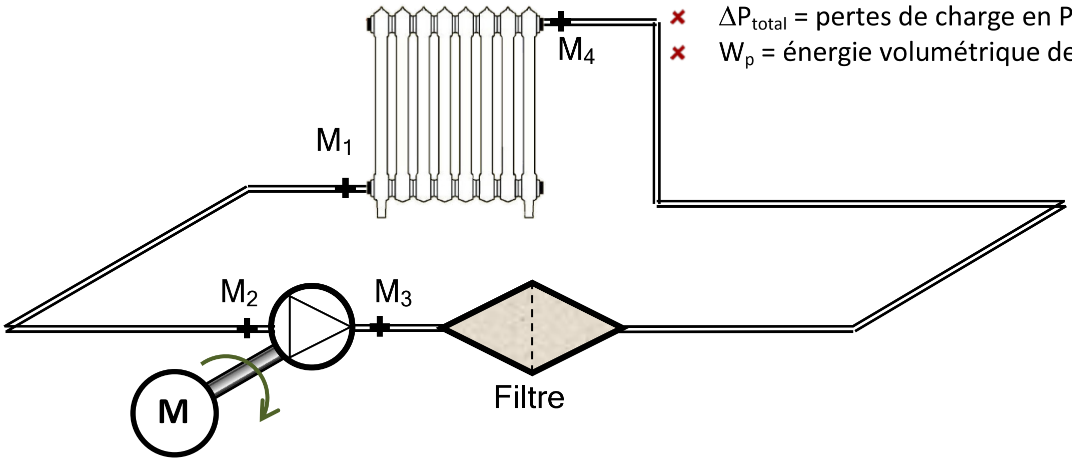
Exemple d'abaques :

	Diametre interieur (mm)							
	15.8	20,9	26.6	35.1	40.9	52.5	62.7	77.9
	Longueur equivalente de conduite (m)							
	0.5	0.6	0.8	1.2	1.2	1.7	2.1	2.4
	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	0.9	1.2
	1.2	1.5	1.8	2.1	2.4	3.7	4.6	4.9
	0.3	0.4	0.5	0.7	0.8	1.3	1.6	1.9
	0.1	0.1	0.2	0.2	0.3	0.5	0.6	0.9



5. CAS D'UN RÉSEAU HYDRAULIQUE GÉNÉRAL

- p_i = pression au point i en Pa
- z_i = altitude du point i en m
- v_i = vitesse du point i en m/s
- ΔP_{total} = pertes de charge en Pa
- W_p = énergie volumétrique de la pompe en Pa ou J/m^3



5.1. Équation de la mécanique des fluides généralisée

$$p_1 + \frac{1}{2}.\rho.{v_1}^2 + \rho.g.z_1 - \Delta P_{total} + W_p = p_4 + \frac{1}{2}.\rho.{v_4}^2 + \rho.g.z_4$$

<u>Remarque :</u>

- Si l'on considère un fluide parfait, il n'y a pas de pertes de charge.
- Lorsqu'un point est à l'air libre, il est à la pression atmosphérique.
- Lorsque le niveau de l'eau ne bouge pas au point i (bassin, réservoir, puit, faible écoulement, ….) il n'y a pas de vitesse (négligeable) en ce point.
- W_P est positif si c'est une pompe, négatif si c'est une turbine.

5.2. Puissance utile d'une pompe

La puissance utile d'une pompe est donnée par la relation suivante :

$$puissance\ utile = pression \times débit$$

La pression de la pompe correspond à Wp dans la formule.

- Si Wp est en [Pa] ou [J/m^3], on utilise le débit volumique,
- Si Wp est en [mce] ou [J/kg], on utilise le débit massique.